ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

Α . ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

1. Ισχύει : $|\vec{\alpha}| \geq 0$ για κάθε διάνυσμα $\vec{\alpha}$. Σ , Λ

2. Ισχύει : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{XB}$ - $\overrightarrow{XA}$. Σ , Λ

3. Ισχύει : $\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{BA} = \vec{0}$,για διαφορετικά σημεία Α,Β. Σ , Λ

4. Ισχύει : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} - \overrightarrow{\Delta A} = \vec{0}$, για διαφορετικά σημεία Α,Β,Γ,Δ. Σ , Λ

5. Ισχύει : $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| \Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}$. Σ , Λ

6. Ισχύει : $\vec{\alpha} = 2\vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} // \vec{\beta}$ Σ , Λ

7. Ισχύει : $\lambda \cdot \vec{\alpha} = \lambda \cdot \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}$ Σ , Λ

8. Ισχύει : $\lambda \cdot \vec{\alpha} = \mu \cdot \vec{\alpha} \Rightarrow \lambda = \mu$ Σ , Λ

9. Ισχύει : $\vec{0} = 0$ Σ , Λ

10. Ισχύει : $\vec{\alpha} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\alpha} // \vec{\beta}$, για κάθε διάνυσμα $\vec{\beta}$. Σ , Λ

11. Ισχύει : $\overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{B\Gamma} = \overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{B\Delta}$ για οποιαδήποτε σημεία Α,Β,Γ,Δ. Σ , Λ

12. Ισχύει : $0 \leq \theta \leq \pi$,όπου θ η γωνία δυο μη μηδενικών διανυσμάτων. Σ , Λ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

13. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0 \Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$. Σ , Λ

14. $(\vec{\alpha} \cdot \vec{x}) \cdot \vec{\alpha} = (\vec{x} \cdot \vec{\alpha}) \cdot \vec{x} \Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{x}$ Σ , Λ

15. $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{x} = \vec{\beta} \cdot \vec{x}$ Σ , Λ

16. $|\vec{x}|^2 = |\vec{\alpha}|^2 \Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{x}$ ή $\vec{\alpha} = -\vec{x}$ Σ , Λ

17. $\vec{\alpha} + \vec{\beta} > \vec{\alpha} + \vec{\gamma} \Rightarrow \vec{\beta} > \vec{\gamma}$ Σ , Λ

18. $\vec{\alpha} = -\vec{\beta} \Rightarrow |\vec{\alpha}| = -|\vec{\beta}|$ Σ , Λ

19. $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) + \det(\vec{\beta}, \vec{\alpha}) = 0$ Σ , Λ

20. $\vec{\alpha} = (x, y) \Rightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\imath} = x$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{j} = y$ Σ , Λ

21. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ και $\vec{\alpha} \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{\beta} = \vec{\gamma}$ Σ , Λ

22. $\vec{\alpha} = (x, y) \Rightarrow x = |\vec{\alpha}|$ συνφ και $y = |\vec{\alpha}|$ ημφ ,

όπου φ η γωνια του $\vec{\alpha}$ με τον Οχ. Σ , Λ

23. Αν Α(3,4) , Β(-1,-2) και Μ(1,1) το Μ μέσον του ΑΒ . Σ , Λ

24. Τα σημεία Α(1,2) , Β(2,1) , Γ(3,2) είναι συνευθειακά Σ , Λ

25. $\left(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right)^2 = \vec{\alpha}^2\cdot\vec{\beta}^2$ Σ , Λ

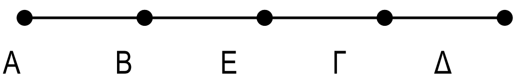
26. $\left|\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right| = \left|\vec{\alpha}\right|\cdot\left|\vec{\beta}\right|$ Σ , Λ

27. $(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta})\cdot\vec{\gamma} = \vec{\alpha}\cdot(\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma})$ Σ , Λ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

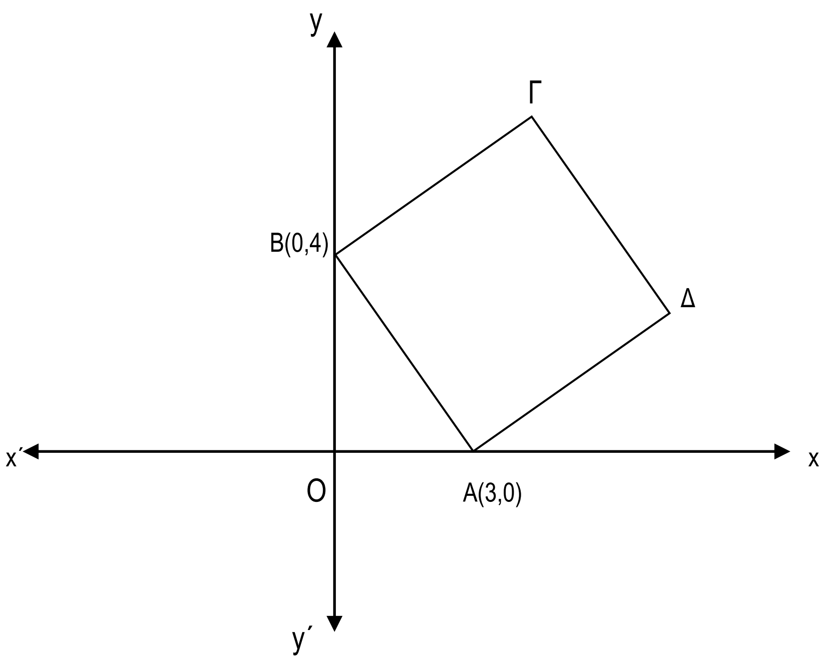
Β . ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω σχέσεις , λαμβάνοντας υπόψη ότι το ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ έχει διαιρεθεί από τα σημεία Β , Ε, Γ σε τέσσερα ίσα τμήματα .



$\overrightarrow{AB} = \dots\ \overrightarrow{EB}$	$\overrightarrow{BA} = (-1)\ \dots$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\Delta\Gamma} = \dots$
$\overrightarrow{A\Gamma} = \dots\ \overrightarrow{E\Gamma}$	$\overrightarrow{\Gamma A} = 3\ \dots$	$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{\Delta E} = \dots$
$\overrightarrow{A\Delta} = \dots\ \overrightarrow{E\Delta}$	$\overrightarrow{A\Delta} = 2\ \dots$	$\overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{\Delta B} = \dots$

2. Στο παρακάτω ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Οχψ δίνεται ότι το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο , Α(3,0) και Β(0,4) .
   Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων Γ και Δ .



3. Αν για τρία διακεκριμένα σημεία Α , Β και Γ ισχύει :
   $(5\kappa-2)\overrightarrow{OA} + (1-2\kappa)\overrightarrow{OB} + (1-3\kappa)\overrightarrow{O\Gamma} = \vec{0}$, αποδείξατε ότι τα σημεία Α , Β και Γ είναι συνευθειακά.

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

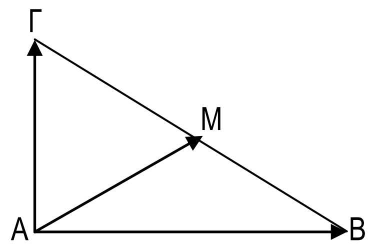
4. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\sqrt{2} - 1 , 2)$, $\vec{\beta} = (1, \sqrt{3} - 2)$, $\vec{\gamma} = (\sqrt{2} , \sqrt{3})$.
Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ σαν γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

5. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{u} = (x-1, x^2-1)$. Να βρεθεί η τιμή του x σε κάθε μια περίπτωση : (15μ.)
(α) το $\vec{u}$ είναι παράλληλο με τον άξονα των x
(β) $\vec{u} = \vec{0}$
(γ) εφθ = 1 , όπου θ η γωνία του $\vec{u}$ με τον ημιάξονα Ox .

6. Αποδείξατε διανυσματικά ότι : εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ίση με μια ορθή .

7. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α και ότι το Μ είναι το μέσον της υποτείνουσας ΒΓ.

Αποδείξατε ότι : $|\vec{AM}| = \dfrac{|\vec{B\Gamma}|}{2}$.



8. Αποδείξατε ότι :
(i) τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\eta\mu\theta, \sigma\upsilon\nu\theta)$ και $\vec{\beta} = (-\sigma\upsilon\nu\theta, \eta\mu\theta)$ είναι κάθετα και ότι είναι αδύνατον να είναι παράλληλα $\forall$ θ $\in [0,2\pi)$.
(ii) τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} + \vec{j}$ και $\vec{\beta} = \vec{i} - \vec{j}$ είναι κάθετα .

9. Έστω τα μη συγγραμμικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Αν ισχύει : $\chi \cdot \vec{\alpha} + \psi \cdot \vec{\beta} = \vec{0}$, αποδείξατε ότι : χ = ψ = 0.

10. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Μ της πλευράς ΒΓ τέτοιο ώστε :
$\vec{AM} = \chi \cdot \vec{AB} + \psi \cdot \vec{A\Gamma}$. Αποδείξατε ότι το Μ είναι μέσον του ΒΓ , αν και μόνον αν, $\chi = \psi = \dfrac{1}{2}$.

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

11. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1,2)$, $\vec{\beta}=(3,4)$ και $\vec{\gamma}=(5,6)$.
   (α) Γράψτε ένα διάνυσμα παράλληλο προς το $\vec{\alpha}$.
   (β) Γράψτε ένα διάνυσμα κάθετο προς το $\vec{\beta}$.
   (γ) Γράψτε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ σαν γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

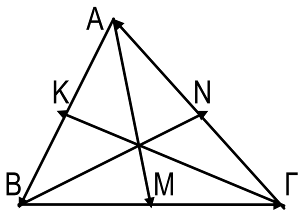
12. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1,2)$, $\vec{\beta}=(3,4)$ και $\vec{\gamma}=(15\ ,\ 22)$.Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ σαν γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

13. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ . Αποδείξατε διανυσματικά ότι : αν η γωνία Α είναι ορθή , τότε $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$. Και αντιστρόφως:
   αν ισχύει $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$, τότε η γωνία Α είναι ορθή . (Πυθαγόρειο Θεώρημα)

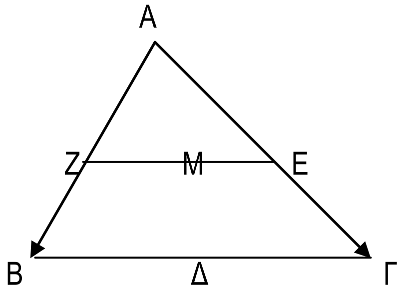
14. Δίνεται ότι : $\vec{\alpha}=(\eta\mu\theta, \sigma\upsilon\nu\theta)$ και $\vec{\beta}=(-\sigma\upsilon\nu\theta, \eta\mu\theta)$
   Να λύσετε την εξίσωση : $\chi\cdot\vec{\alpha}+\psi\cdot\vec{\beta}=\vec{0}$.
   Να βρείτε για ποια χ , ψ ∈ **R** ισχύει η ισότητα .

15. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha}$=(3,4) .
   (α) να βρείτε διάνυσμα $\vec{u}$, τέτοιο ώστε να είναι αντίρροπο στο $\vec{\alpha}$ και να έχει μέτρο διπλάσιο από το μέτρο του $\vec{\alpha}$.
   (β) να βρείτε διάνυσμα $\vec{v}$, τέτοιο ώστε να είναι κάθετο στο $\vec{\alpha}$ και να έχει μέτρο ίσο με το μέτρο του $\vec{\alpha}$.

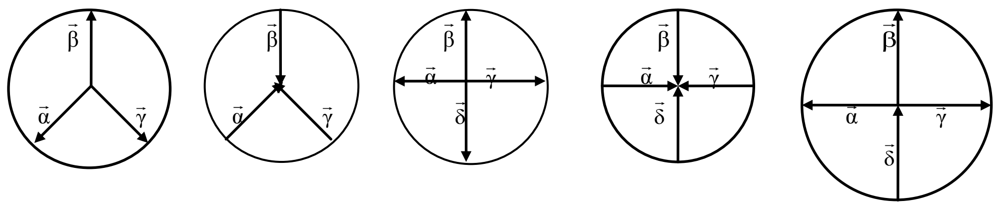
16. Τα σημεία Α , Β , Γ είναι κορυφές τρίγωνου και τα σημεία Μ , Ν , και Κ είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ , ΓΑ και ΑΒ αντιστοίχως .
   Αν $\vec{AB}=\vec{\alpha}$, $\vec{B\Gamma}=\vec{\beta}$ και $\vec{\Gamma A}=\vec{\gamma}$,
   τοτε να αποδειξετε οτι :
   i) $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$ και ii) $\vec{AM}+\vec{BN}+\vec{\Gamma K}=\vec{0}$.



17. Τα σημεία Α , Β και Γ είναι κορυφές τρίγωνου και τα σημεία Δ , Ε , και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ , ΑΓ και ΑΒ αντιστοίχως.
Αν $\overrightarrow{AB}=\vec{\gamma}$, $\overrightarrow{A\Gamma}=\vec{\beta}$ και Μ το μεσον του ΕΖ , τοτε :
α) Να εκφρασετε τα διανυσματα $\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{AM}$ ως συναρτηση των $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$
β) Να αποδειξετε οτι τα σημεια Α , Μ και Δ ειναι συνευθειακα .



18. Οι κύκλοι που φαίνονται στα σχήματα είναι χωρισμένοι σε τρία η τέσσερα ίσα μέρη. Σε κάθε περίπτωση να βρείτε το άθροισμα των τριών ή τεσσάρων διανυσμάτων που έχουν σημειωθεί και να το δικαιολογήσετε .



19. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ τέτοια ώστε : $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=|\vec{\gamma}|=1$ και $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}+\vec{\gamma}\cdot\vec{\alpha}=-1$. Να αποδείξετε ότι :
$$\vec{\alpha}=-\vec{\beta} \text{ ή } \vec{\beta}=-\vec{\gamma} \text{ ή } \vec{\gamma}=-\vec{\alpha}.$$

20. Αν είναι $3\vec{\alpha}+4\vec{\beta}=\vec{0}$ να αποδείξετε ότι τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα .

21. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ θεωρήσουμε τις διαμέσους ΑΔ , ΒΕ και ΓΖ να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{A\Delta}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{\Gamma Z}=\vec{0}$.

22. Έστω Ο τυχαίο σημείο του χώρου . Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ είναι συνευθειακά , αν και μόνον αν , υπάρχουν $\kappa,\lambda\in R$ με $\kappa+\lambda=1$ τέτοιοι ώστε να είναι : $\overrightarrow{O\Gamma}=\kappa\cdot\overrightarrow{OA}+\lambda\cdot\overrightarrow{OB}$.

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

23. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα , να δείξετε ότι και τα διανύσματα $\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ και $2\vec{\alpha}$ - $3\vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα .

24. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα , να βρεθεί $\kappa \in R$ ώστε τα διανύσματα $\vec{\gamma}=\kappa\cdot\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\vec{\delta}=2\cdot\vec{\alpha}+3\cdot\vec{\beta}$ να είναι παράλληλα .

25. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ που ανά δυο δεν είναι παράλληλα . Αν $\vec{\alpha}//\vec{\beta}-\vec{\gamma}$ και $\vec{\beta}//\vec{\gamma}-\vec{\alpha}$, να αποδείξετε ότι : $\vec{\gamma}=\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

26. Να αποδείξετε ότι τα σημεία $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, και $\Gamma(3x_1-2x_2,3y_1-2y_2)$ είναι συνευθειακά .

27. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1,1)$ $\vec{\beta}=(2,5)$ και $\vec{\gamma}=(4,7)$.
(α) να αποδείξετε ότι ανά δυο δεν είναι παράλληλα
(β) να γράψετε το $\vec{\gamma}$ σαν γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

28. Να βρεθεί διάνυσμα με μέτρο 3 , αντίρροπο στο $\vec{\alpha}=(2\ ,-3)$.

29. Δίνονται τα σημεία Α(1 , 2) και Β(-3 , 0) . Να βρεθεί σημείο Γ του επιπέδου ώστε το τρίγωνο ΑΒΓ να είναι ισόπλευρο .

30. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(\sigma\upsilon\nu\theta-\eta\mu\theta,-\sigma\upsilon\nu\theta-\eta\mu\theta)$ και $\vec{\beta}=(\sigma\upsilon\nu\theta+\eta\mu\theta,\sigma\upsilon\nu\theta-\eta\mu\theta)$ δεν είναι συγγραμμικά .

31. Να βρεθούν τα διανύσματα που είναι παράλληλα στο $\vec{\alpha}=(-6,8)$ και έχουν μέτρο 5 .

32. Να βρεθεί ο αριθμός $\kappa \in R$ ώστε τα διανύσματα $\vec{x}=\kappa\cdot\vec{i}+(\kappa+2)\cdot\vec{j}$ και $\vec{y}=2(\kappa+1)\cdot\vec{i}+(1-2\kappa)\cdot\vec{j}$, να είναι κάθετα .

33. Αν $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=1$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\varphi$ να αποδείξετε ότι: $|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|=2\cdot\eta\mu\frac{\varphi}{2}$.

34. Αν $|\vec{\alpha}|=\sqrt{2}$ και $|\vec{\beta}|=2$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\frac{\pi}{4}$ να βρείτε την γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ και $\vec{\alpha}$ - $\vec{\beta}$.

35. Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = |\vec{\gamma}| = 1$ και $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} + \vec{\beta}\cdot\vec{\gamma} = 2$, να αποδείξετε ότι : $\vec{\alpha} = \vec{\beta} = \vec{\gamma}$.

36. Αν $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $\dfrac{|\vec{\alpha}|}{5} = \dfrac{|\vec{\beta}|}{6} = \dfrac{|\vec{\gamma}|}{11}$ τότε : $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$ και $\vec{\gamma} \parallel \vec{\beta}$.

37. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ που ανά δυο δεν είναι παράλληλα . Αν $\vec{\alpha} \,//\, \vec{\beta}+\vec{\gamma}$ και $\vec{\beta} \,//\, \vec{\gamma}+\vec{\alpha}$, να αποδείξετε ότι : $\vec{\gamma} \,//\, \vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

38. Να αναλύσετε το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (5,0)$ σε δυο κάθετες συνιστώσες από τις οποίες η μία να έχει την διεύθυνση του $\vec{\beta} = (2,1)$.

39. Τα κάθετα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ έχουν μέτρα 2 και 3 αντίστοιχα . Να βρεθεί διάνυσμα $\vec{\gamma}$ με μέτρο 1 , που διχοτομεί την γωνία τους .

40. Αν $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| = 2\cdot|\vec{\beta}|$, να αποδείξετε ότι : $|\vec{\alpha}-\vec{\beta}| = \sqrt{6}\cdot|\vec{\beta}|$.

41. Έστω ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και σημείο Μ ώστε : $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. Αν Ο σημείο στο χώρο , να αποδείξετε ότι : $\overrightarrow{OM} = \dfrac{3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{4}$.

42. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ . Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ του επιπέδου για τα οποία είναι : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{A\Gamma}\cdot\overrightarrow{AM} = 0$.

43. Αν $|\vec{\alpha}| = 1$ και $|\vec{\beta}| = 2$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right) = \dfrac{\pi}{3}$, να βρεθεί $\lambda \in R$ για τον οποίο ισχύει: $\pi\rho o\beta_{\vec{\beta}}^{\lambda\vec{\alpha}+\vec{\beta}} = 2\vec{\beta}$.

44. Έστω δύο κάθετα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με μέτρα 2 και 3 αντίστοιχα . Να βρείτε διάνυσμα $\vec{\gamma}$ του επιπέδου με μέτρο 4 , τέτοιο ώστε να είναι : $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\gamma}}\right) = \dfrac{\pi}{6}$ και $\left(\widehat{\vec{\gamma},\vec{\beta}}\right) = \dfrac{\pi}{3}$.

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

45. Έστω τα μη συγγραμμικά διανύσματα $\vec{\alpha}=(\alpha_1,\alpha_2)$ και $\vec{\beta}=(\beta_1,\beta_2)$.
Να βρείτε διάνυσμα $\vec{x}=(x_1,x_2)$ για το οποίο είναι : $\vec{\alpha}\cdot\vec{x}=\lambda$ και $\vec{\beta}\cdot\vec{x}=\mu$
όπου λ , $\mu \in R$.

46. Να βρεθεί διάνυσμα με μέτρο 1 , κάθετο στο διάνυσμα $\vec{\alpha}=(12,-5)$.

47. Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ ισχύουν :
$|2\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=7$, $(\vec{\alpha}+\vec{\beta})\perp(\vec{\alpha}-\vec{\beta})$ και $\widehat{(\vec{\alpha},\vec{\beta})}=\dfrac{\pi}{3}$, τότε να υπολογισθούν τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

48. Αν για το σημείο Μ του επιπέδου ενός τριγώνου ΑΒΓ ισχύουν οι σχέσεις
$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{A\Gamma}+\mu\overrightarrow{BA}$, να αποδείξετε ότι το Μ είναι το μέσον της πλευράς ΒΓ .

49. Δίνονται δύο μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Αν υπάρχει $\lambda \in$ R τέτοιος ώστε $|\vec{\alpha}+\lambda\vec{\beta}|=1$, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΟΑΓΒ με $\overrightarrow{OA}=\vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB}=\vec{\beta}$ είναι μικρότερο ή ίσο του $|\vec{\beta}|$.