

- 1] Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείετε από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$ και την ευθεία $4x - 2y + 1 = 0$
- 2] Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $x \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρεθούν τα σημεία τομής των C_f και C_g όταν $x \in [0, 2\pi]$.
- β) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ των C_f και C_g $x \in [0, 2\pi]$.
- 3] Να υπολογισθεί το εμβαδόν του χωρίου που σχηματίζουν :
- α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x + 2}$ και ο άξονας $x'x$
- β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με $g(x) = e^{2(x-1)} - (e^2 + 1)e^{x-2} + 1$ και ο άξονας $x'x$.
- 4] Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείετε από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ και των ευθειών $x = -2$ και $x = 3$.
- 5] Από το σημείο $A(2, -3)$ φέρνουμε τις εφαπτόμενες ϵ_1 και ϵ_2 προς την παραβολή $C : x^2 = 4y$. Να βρεθούν:
- α) Οι εξισώσεις των ϵ_1 και ϵ_2
- β) Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της παραβολής και των ϵ_1 και ϵ_2 .
- 6] Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ παραγωγίσιμη με $f(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbf{R}$ για την οποία ισχύει:
 $e^{f(x)} + \ln f(x) = x + e$
- α) Να δειχτεί ότι $f(0) = 1$
- β) Να εκφραστεί η f' συναρτήσει της f
- γ) i) Να δειχτεί ότι $\ln x < x < e^x$
ii) Να βρεθεί το σύνολο τιμών της f
- δ) Να υπολογιστεί από το $f(1)$ το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την C_f τον $x'x$ και τις ευθείες $x=0$, $x=1$.

- 7] Έστω ότι για την συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύουν $f(x+y) = e^x f(y) + e^y f(x)$ για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ και $f(0) = 0$.
- i) Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 0$ με $f'(0) = 2$ τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και ισχύει: $f'(x) = f(x) + 2e^x$.
- ii) Ναδειχθεί ότι: $f(x) = 2xe^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
- iii) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου το οποίο περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης f τον άξονα $x'x$ και την ευθεία με εξίσωση $x = 1$.

- 8] Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 3x^4 + x^2$ και $g(x) = 2x^4 + 2x^2$

- 9] α) Να μελετηθεί η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{\ln x}{x} - \frac{x^2}{2} + 2$ ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

β) Να βρεθεί το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $2\ln x = x^3 + x(2\alpha - 4)$ για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in \mathbb{P}$

γ) Να βρεθεί το $\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_1^t f(x) dx$

δ) Να βρεθούν τα α, β, γ ώστε: $f(\alpha) + f(\beta) = 3 + \gamma^2$.

- 10] Δίνεται η συνάρτηση $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \eta \mu x + x$, $x \in [0, \pi]$

α) Δείξτε ότι αντιστρέφεται.

β) Δείξτε ότι τα διαγράμματα των $f(x)$ και $f^{-1}(x)$ τέμνονται και να βρεθούν τα σημεία τομής.

γ) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις C_f και $C_{f^{-1}}$

- 11] Έστω $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2}$

α) Να μελετηθεί η f ως προς την μονοτονία, ακρότατα και κυρτότητα

β) Να βρεθεί η πλάγια ασύμπτωτη ε της C_f στο $+\infty$

γ) Να βρεθεί το εμβαδόν $E(\lambda)$ μεταξύ της C_f της ε και των $x = 1$, $x = \lambda$, $\lambda > 1$

δ) Να βρεθεί το $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} E(\lambda)$

- 12] Αν f συνεχής στο $[-3, 3]$ με την ιδιότητα: $x^2 + [f(x)]^2 = 9$ με $f(0) = 3$. ναδειχθεί ότι:

α) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$, $x \in [-3, 3]$

β) Να παρασταθεί γραφικά η f .

γ) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την C_f και τις ευθείες με εξισώσεις $x = 0$, $x = 3$

**ΔΗΜΟΛΑΚΟΣ Φ.
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ**

